

# PT Programme de Colles

## Semaine 18

### Isométries d'un espace euclidien

- Isométries d'un espace euclidien, Groupe orthogonal d'un espace euclidien  $E$
- Caractérisations par la conservation du produit scalaire, par l'image d'une base orthonormée.
- Stabilité de l'orthogonal d'un sous-espace stable par une isométrie vectorielle
- Matrices orthogonales. Groupe orthogonal. Caractérisation comme matrice de changement de base orthonormée.
- Caractérisation d'une isométrie vectorielle à l'aide de sa matrice dans une base orthonormée
- Déterminant d'une matrice orthogonale, d'une isométrie vectorielle. Isométrie vectorielle directe, isométrie vectorielle indirecte.
- Isométries vectorielles en dimension 2 :
  - Orientation d'un plan euclidien de dimension 2. Base directe, base indirecte.
  - Description des matrices de  $\mathcal{O}_2(\mathbb{R})$ , de  $\text{SO}_2(\mathbb{R})$ .
  - Rotation vectorielle d'un plan euclidien orienté.
  - Classification des isométries vectorielles d'un plan euclidien.
- Isométries vectorielles en dimension 3 :
  - Orientation d'un espace euclidien de dimension 3. Base directe, base indirecte. Orientation d'une droite, d'un plan d'un espace orienté.
  - Rotation et antirotation vectorielles d'axes orientés et d'angles donnés. Symétries orthogonales. Matrices dans une base adaptée.
  - Réduction en base orthonormée d'une isométrie vectorielle d'un espace euclidien de dimension 3. Les étudiants doivent savoir déterminer l'axe et l'angle de la rotation ou de l'antirotation

### Équations différentielles scalaires d'ordre 1 et 2

- Rappels de première année sur les équations différentielles scalaires d'ordre 1 et les équations différentielles scalaires d'ordre 2 à coefficients constants.
- Équation différentielle scalaire d'ordre 2 à coefficients continus  $y'' + a(t)y' + b(t)y = c(t)$ . Équation différentielle homogène associée.
- Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy
- Espace vectoriel des solutions de l'équation homogène.
- Principe de superposition des solutions. Description de l'ensemble des solutions de l'équation à partir d'une solution particulière et des solutions de l'équation homogène associée.
- Exemples de recherches de solutions développables en série entière.
- Résolution dans le cas où on connaît une solution de l'équation homogène ne s'annulant pas.